

## フェイズノイズ測定

### 導入

この資料は、WAVECREST社のソフトウェアVISI(現:GigaView)、Time Digitizerファンクションと、Digital Time System ( DTS )を使用して時間ジッタとフェイズノイズスペクトルを測定する方法について述べています。DTS Time Digitizerは、時間ジッタとフェイズノイズの両方を同時に測定することが可能です。その感度やスペクトルの解像度については、DTS ( Time Digitizerを使うこと)とRF スペクトラムアナライザ間のフェイズノイズ測定値に対する相関として論じられるでしょう。結論として、(あるコンディションの下で) DTS Time Digitizerが高速のシグナルに関して2つの最も重要な時間ジッタ及びフェイズノイズ量を正確に測定することが可能であることを説明します。

### フェイズノイズ理論

フェイズノイズは、サイン波形で最も良く示されます:

$$V(t) = V_0 \sin(2\pi f_0 t + \phi_0(t)) \quad (1),$$

$V(t)$ がある時間 $t$ の振幅である場合に、 $V_0$ は最大の振幅です。 $f_0$ は、キャリアの周波数であり、そして $\phi_0(t)$ は、そのフェーズです。 $\phi_0(t)$ が任意の自然状態にある場合、 $V(t)$ の波形は時間軸に沿って前後に行ったり来たり変化しています。そして、これが時間ジッタを生成するのです。このように、フェイズノイズ及び時間ジッタは相互に関係しています。フェイズノイズの試験においてデバイスから発生する周波数とそのフェーズ変動が最も重要です。従ってフェイズノイズは、PLLクロックチップの仕様としてしばしば使われます。

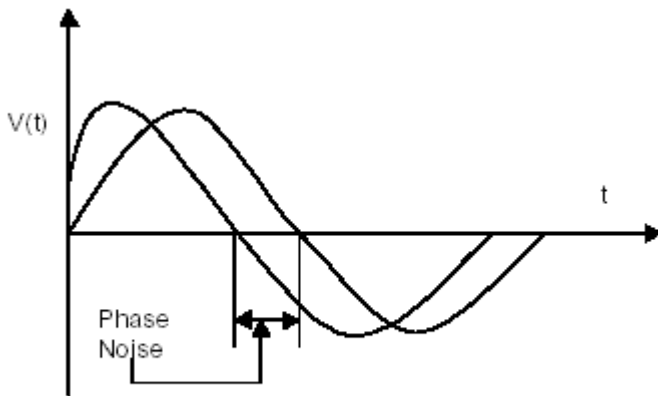


図 1. フェイズノイズのイラストレーション

キャリア周波数からのサイドバンドオフセットが周波数ドメインにおけるフェイズノイズを示します。図2.周波数ドメインにおける、フェイズノイズを示します。

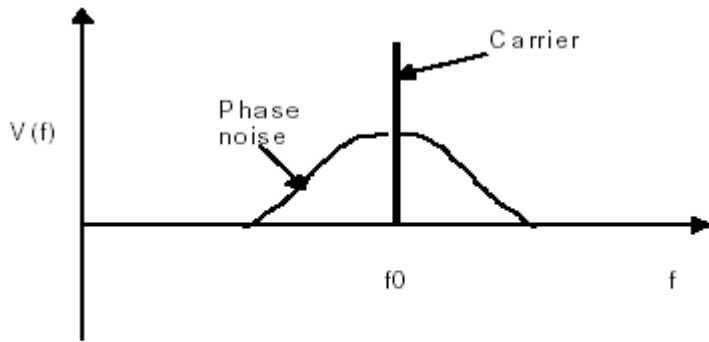


図2.フェイズノイズを持つサイン波のスペクトル

フェイズノイズ周波数は、キャリアからの固有な周波数として通常定義されます。すなわち、 $f_m = f - f_0$ 、 $f$ はゼロに対して対応つけられた周波数です。フェイズノイズの大きさは、Hzあたりのキャリアのパワーの割合として通常定義されます。dBc/Hz (dBcは、キャリア以下のデシベルパワーを意味する)におけるフェイズノイズの厳密な方程式が以下の式で与られます。

$$L(f_m) = 10 \log_{10} ((P_n(f_m) / P_0) / B_n) \quad (2),$$

$P_n(f_m)$ がオフセット周波数 $f_m$ あたりのノイズパワー(ワット)です。 $P_0$ は、キャリア( $f_m = 0$ )のパワー、そして $B_n$ (Hertz)では、ノイズ帯域幅です。時折、フェイズノイズは、 $\text{rad}^2 / \text{Hz}$ でも同様に表されます。 $10 \log_{10}$  (或いは、デシベル)なしの方程式(2)です。

## フェイズノイズ測定

フェイズノイズは、WAVECREST DTSシステムのような時間ドメインベースのワンショット測定器、または周波数ドメインベースのスweepスペクトラムアナライザで測定されます。下記は、フェイズノイズ測定を行うための各機器の基本的な説明であり、その長所と短所を紹介します。

### スweepスペクトラムアナライザを使うフェイズノイズ測定

スペクトルアナライザは、その入力信号を調整するためのミキサやIF (中間周波数)フィルタ(特別な周波数で入って来る信号を抽出する)により構成される、調整用フィルタ(Adjustable Filter)。検波器(Detector)は、各周波数での信号の振幅を測定し、そして値をディスプレイに送ります。このプロセスは、完全な周波数スペクトルを測定するために、ユーザによって定義された入力信号帯域幅、解像度帯域幅の範囲でスweepされます。スペクトルアナライザの基本的な機器ブロックダイアグラムを、図3に示します。

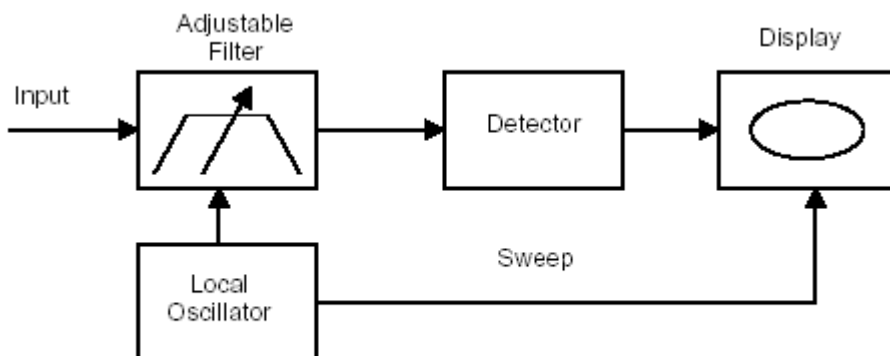


図3. スweepスペクトラムアナライザ

あるレベルでノイズを測定するための機器のノイズレベルは、入力信号のノイズレベルより小さくなければなりません。スペクトラムアナライザのノイズフロアは、その解像度帯域幅によって変わります。しかしながら、解像度帯域幅より低いアナライザノイズフロアのために、更に長いスweep時間でスweepプロセスを速くすると結果的にIFフィルタが入力信号に応答する十分な時間がなく、振幅や周波数におけるエラーが発生してしまいます。

スweepスペクトラムアナライザのハードウェア設計構造を考察したとき、方程式(2)が適用されます。

1. スペクトルアナライザのIFフィルタは高速にスweepされるように設計されているが、実際のフィルタの特性は、あまり高速ではありません。これによって、実際の帯域幅は測定値に対して約3dB小さくなります(～15-20%) [1]、[2]。正しい帯域幅を求めるために、1.2の補正ファクタ3dBが帯域幅に付加されなければなりません。(方程式(3)を参照)

2. スペクトラムアナライザは、正弦波信号を測定するように設計されており、ランダムノイズを測定する場合にはエラーを発生し易くなります。IFフィルタ後の増幅器は、スペクトルライン検波のために最適化された対数的な特性を持っています。このため測定されたランダムノイズは、想定されたノイズより一般に小さくなります。概して、正しいフェイズノイズを得るためには、方程式(2)で定義されるフェイズノイズ測定値のdBc/Hzに対して2.5dBc/Hzの補正値が必要となります。更にシグナルノイズレベルが測定器内部のノイズレベルに近いとき、機器ノイズフロア5dBに対して、1.65dBのエラーが発生し得えます。

1)、及び、2)の考察より、スペクトルアナライザの出力をdBc/Hzに変換するのに必要とされる、次の方程式が与えられます。

$$L(f_m) = 10 \log_{10} ((P_n(f_m) / P_0) / (1.2 B_n)) + 2.5 \quad (3).$$

### DTS時間ディジタイザファンクションを使うフェイズノイズ測定

システムの主な構成は、イベントカウンタ、インタープレタ、及び基本クロックです。入力信号は、チャンネル入力に供給されます。イベントカウンタは、スタート、及びストップシグナル間でnイベントをカウントします。nイベントの時間長さは、インタープレタを用いて測定されます。インタープレタは、優れた時間測定解像度を提供します。DTSシステムの詳細を以下に示します[3]。

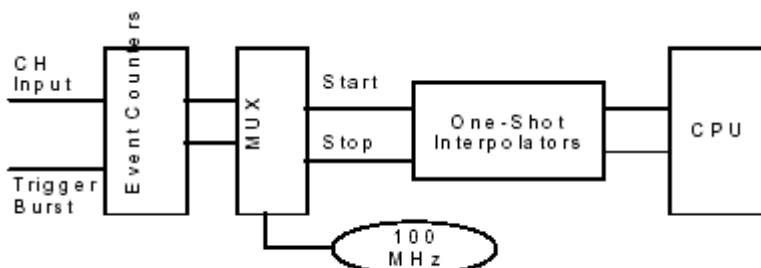


図4. DTSシステム設計概略図

Time Digitizerは、パーチャルインスツルメントソフトウェアにおける特別な機能です。そして、それはリアルタイムフェーズディジタイザとして使われ、バースト信号でのn入力イベント間に対応した時間ジッタを測定します。これは、1つのジッタ測定サンプルです。連続的なジッタ測定サンプルを得るために、この測定が続けられ、ジッタスペクトルを発生するために周波数ドメインでのFFT処理が行われます。

スペクトラムアナライザと同様に、Time Digitizerファンクションのスペクトル解像度は、FFTスペクトルノイズフロアに影響を及ぼします。すなわち、更に小さいスペクトル解像度は、より低いジッタノイズフロアをもたらします。最大(固定)の周波数(或いは、FFTスペクトルにおけるNyquist周波数)を大きくしたり、更に大きいバーストサンプルにすることで、スペクトルの解像度が更に小さくなります。また、例えばNyquist周波数は、nイベントの数によって決定されるので、更に長いnイベントの測定や、更に長いサンプリング間隔により、測定時間を長くすることがスペクトル解像度を小さくします。

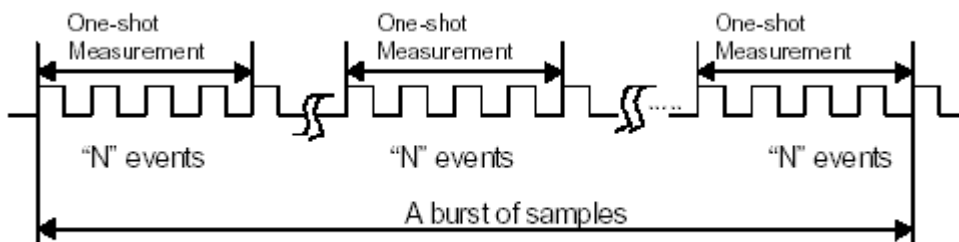


図5. Time Digitizerファンクションの概略

図6は、DTS Time Digitizerファンクションで測定された典型的なジッタノイズスペクトルです。オフセット周波数 $f_m$ あたりの時間ジッタ( ps) が示されています。更にユーザは所定の周波数d Bc/Hzあたりのフェイズノイズを確認するために、任意のオフセット周波数を指定することが出来ます。

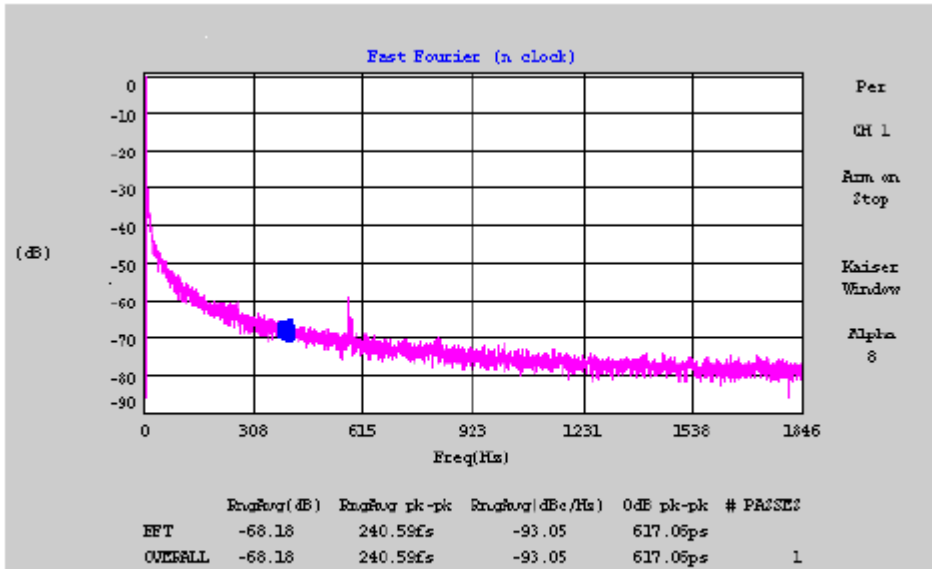


図6. WAVECREST DTS2075 タイムデジタイザで測定された時間ジッタスペクトル400Hzオフセット周波数でのフェイズノイズ

### 時間ジッタからフェイズノイズへの変換

フェイズノイズと時間ジッタは、小振幅摂動理論を用いてある関係が成立します。方程式(1)で表されたサイン波のトータルのフェーズは、以下の通りです。

$$\varphi = 2\pi f_0 t + \varphi_0(t) \quad (4).$$

方程式(4)の最初のオーダをとって、下記の式が得られます：

$$\Delta\varphi = 2\pi f_0 \Delta t + \Delta\varphi_0(t) \quad (5).$$

次に、 $f_0$ が時間と共に変わらないということ、周波数変調がないと推測出来ます。もしフェイズノイズがランダムであると仮定すると、平均的に $\Delta\varphi_0(t)$ はほとんどゼロであるために、方程式(5)から消去されます：

$$\Delta\varphi = 2\pi f_0 \Delta t \quad (6).$$

ここで $\Delta\varphi$ は、フェイズノイズを表します。そして $\Delta t$ は、時間ジッタを表します。周期(ユニット)にわたって平均されたフェイズノイズのパワーは、次のように定義されます：

$$P_n = \frac{1}{2} V_0^2 (2\pi f_0)^2 \Delta t^2 \quad (7).$$

周期わたって平均されたキャリアのパワーは、 $P_0 = \frac{1}{2} V_0^2$  です。d Bc/Hzにおいてフェイズノイズを計算するために方程式(2)の定義を使って、下記の方程式が成り立ちます：

$$L(f_m) = 10 \log_{10} \left( (2\pi f_0 \Delta t(f_m))^2 / \Delta f \right) \quad (8),$$

$\Delta f$ は、ジッタFFTスペクトルのための解像度帯域幅です。方程式(8)が以下の仮定に基づくことを強調します。i)フェイズノイズはランダムです。ii)フェイズノイズは、狭帯域のシグナルでありその大きさは小さい。広帯域のシグナル、及び大きいフェイズノイズのために、方程式(8)への補正が必要とされます。

方程式(8)は、時間ジッタとフェイズノイズを統一するので、非常に重要です。これらの2つの量は、従来異なる2つの機器の異なるドメインにおいて測定されていました。これに対してDTSシステムは、1つの機器で時間ジッタと、フェイズノイズスペクトルの両方を測定することが可能です。

### 関連研究

前のセクションで論じられたように、狭帯域でかつフェイズノイズが小さいと仮定する理論には、若干の制限がありますが、重要なことは、DTSシステムが時間ドメインベースの機器であり、フェイズノイズを周波数ドメインで直接測定するように設計されたスペクトラムアナライザに比べ、より正確であるということです。

図7に、相関値を比較するための測定系を示します。HP Spectrum Analyzer (モデル8560E)の300MHzキャリシグナルを双方の機器の入力信号として使います。

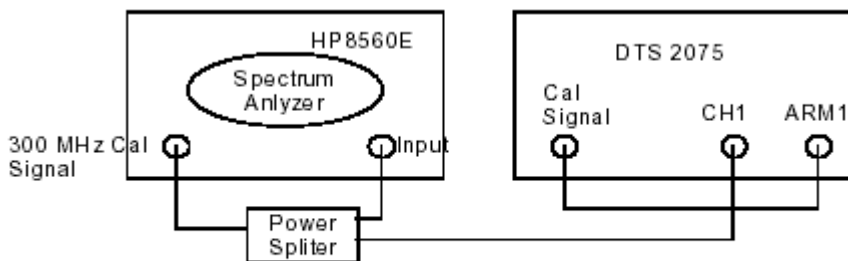


図7. 測定系：RFスペクトラムアナライザ、及びDTS2075で共通の入力シグナルに対してフェイズノイズを測定する

この実験は数回繰り返され、DTSの測定値(方程式(8))が、オフセット周波数 $f_m$ が500Hz以下の場合または、500Hz以上であってもスペクトラムアナライザの測定値に一致することが分かりました。更にDTSで正しいフェイズノイズ測定をするために、方程式(9)が、定義されます。

$$L(f_m) = 10 \log_{10} \left( (2\pi f_0 \Delta t(f_m))^2 / \Delta f \right) \quad \text{if } f_m \leq 500 \text{ Hz}$$

$$L(f_m) = 10 \log_{10} \left( (2\pi f_0 \Delta t(f_m))^2 / \Delta f \right) + \beta \quad \text{if } f_m > 500 \text{ Hz} \quad (9).$$

$$\beta = -50 \log_{10} (2\pi f_0 \Delta t(f_m) |_{at f_m = 500 \text{ Hz}})$$

図8は、方程式(9)を使ってdBc/Hzにおけるフェイズノイズを測定した結果です。対スペクトラムアナライザの測定値に対して~90%以内で良く相関がとれていることがわかります。

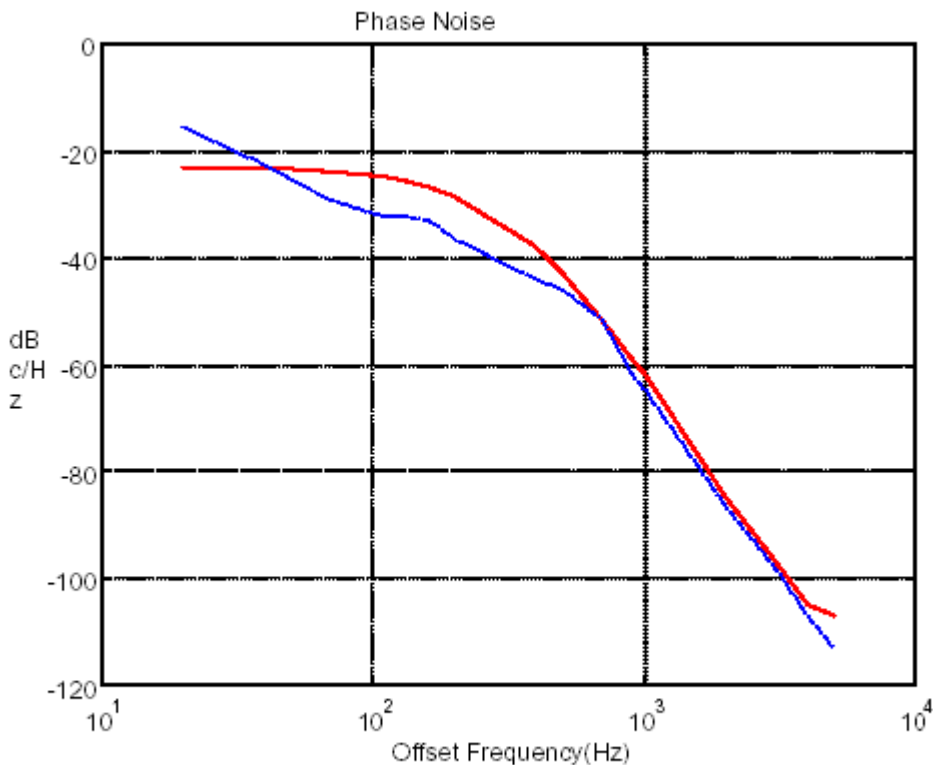


図8. フェイズノイズ測定比較。  
 ・赤ラインは、HP8560Eスペクトラムアナライザ、・青ラインは、DTS2075

## 要約と結論

WAVECREST社は、狭帯域で微小フェイズノイズ振幅であると仮定した際の、フェイズノイズ、及び時間ジッタを統合した理論を開発しました。この理論は、パーチャルインストルメントソフトウェアのDTS Time Digitizerファンクションにより時間ジッタとフェイズノイズスペクトル測定を同時に実現しました。また、ノイズあたりのジッタ量や、あるパワーあたりの時間などPLLクロックの特性評価やデバッグに欠かせない重要な情報を瞬時に提供するものです。関連については、DTSで測定したフェイズノイズがスペクトラムアナライザの測定値に対して90パーセント以内にあることが、確認されています。

## 参照

- [1] R. White、「スペクトル&ネットワーク測定」、PTR Prenticeホール、1993年。
- [2] HPセミナーノート、「RF &マイクロ波フェイズノイズ測定セミナー」。
- [3] Wavecrest社、「DTS-2075製品仕様、Rev3.1」、1998年。

尚、ご質問等は、以下の弊社営業技術部までご連絡下さい。

### 【ご連絡先】

#### ウェーブクレスト株式会社

〒170-0005 東京都豊島区南大塚3-46-3 大塚セントコアビル6階

Tel:03-(5960)-5770 Fax:03-(5960)-5773

Email:info@wavecrestkk.co.jp URL:http://www.wavecrest.com/Japan